

## СИСТЕМИ НАВИГАЦІЇ, ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЇ ТА ДИСТАНЦІЙНОГО ЗОНДУВАННЯ ЗЕМЛІ

УДК: 520.2:520.8:523.44:51-71

**Кожухов А. М.**

Центр приема специальной информации и контроля навигационного поля, Украина, Хмельницкая обл., Дунаевецкий р-н, с. Залесцы

### ОПТИМАЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛЕСКОПА ПРИ ПОИСКОВЫХ НАБЛЮДЕНИЯХ МАЛЫХ ТЕЛ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ

Обзорно-поисковые наблюдения малых тел (астероиды, кометы) Солнечной системы обычно проводятся путем последовательного прохождения нескольких площадок в границах выбранной зоны небесной сферы. Размеры площадок соответствуют размерам поля зрения телескопов, используемых для наблюдений. В работе предложен метод поиска оптимальной траектории (последовательности) обхода площадок путем решения геометрической задачи коммивояжера. Показано, что для равносторонних площадок может быть использован безитерационный метод нахождения оптимальной траектории обхода. Полученные результаты могут быть использованы при планировании обзорно-поисковых наблюдений космических объектов оптическими телескопами.

**Ключевые слова:** малые тела Солнечной системы, оптические наблюдения, обзорно-поисковые наблюдения, оптимизация проведения оптических наблюдений.

#### Введение

Анализ литературы показывает, что основное внимание в найденных работах [1 – 4] посвящается вопросам оптимизации планирования разнородных наблюдений объектов, разбросанных по всей небесной сфере за одну ночь. При этом вопросы оптимизации проведения повторяющихся наблюдений одного участка небесной сферы (к ним относятся как раз обзорно-поисковые наблюдения МТСС) в явном виде в найденной литературе не рассмотрены. Единственное упоминание было обнаружено в одном из обсуждений на форуме российской Научной сети оптических инструментов для астрометрических и фотометрических наблюдений (НСОИ АФН) (<http://astronomer.ru/forum/index.php?topic=5036.0>). В ней известный наблюдатель МТСС Леонид Еленин пишет о разработанной им программе планирования наблюдений, которая позволяет значительно увеличить площадь участка небесной сферы, который наблюдается за ночь. Однако особенности используемых алгоритмов планирования в теме не приводятся. Среди иных частных случаев оптимизации наблюдений значительное внимание уделено автоматическому наблюдению гамма-всплесков [5], но методика подобных наблюдений резко отличается от наблюдений МТСС. Поэтому представляется целесообразным разработать оптимальную методику проведения подобных наблюдений.

#### Особенности обзорно-поисковых наблюдений МТСС

Основным их отличием является необходимость обнаружения МТСС на фоне звезд.

Так как на одиночном кадре эти типы объектов чаще всего не отличаются друг от друга (штриховые изображения МТСС со значительным видимым движением являются, скорее, исключением), то обычно делается несколько (при поисковых наблюдениях обычно 2-5) кадров одного и того же участка неба с значительным временным промежутком (обычно от 5 до 25 минут). Затем на этих кадрах ищутся (визуально или с помощью специального программного обеспечения) объекты с ненулевым видимым движением, которые и являются обычно МТСС.

Чаще всего планирование обзорно-поисковых наблюдений МТСС на одну ночь осуществляется следующим образом. По каким-то критериям выбирается достаточно большая зона на небе, которая разбивается на площадки, размер которых соответствует размеру поля зрения используемого телескопа.

Для обеспечения требуемого времени между кадрами, зона может быть разбита на подзоны. При проведении наблюдений телескоп последовательно наводится на все площадки подзоны и делает по первому кадру, затем следует возвращение на начальную площадку для проведения съемок следующей серии кадров. Перемещение телескопа между площадками может происходить в самой различной последовательности, единственным условием является попадание телескопа на каждую из них до его возвращения в исходную точку.

#### Постановка задачи

Пусть имеется зона прямоугольной формы размером  $m \times n$  площадок, все из которых доступны для наблюдения. Каждая площадка

представляет собой квадрат, размеры которого соответствуют размерам поля зрения телескопа. Отвлечения телескопа на другие задачи не предусматривается. Считается, что телескоп наводится точно в центр площадки, и сбоев в наведении нет. Прежде, чем вернуться на исходную площадку телескоп должен побывать на каждой из  $m \cdot n$  площадок. Скорости движения телескопа по обеим осям одинаковы. Требуется найти такую траекторию перемещения телескопа между площадками  $S$ , общее время на прохождение которой  $t_{\Sigma}$  будет наименьшим:

$$t_{\Sigma}(S) \xrightarrow{S} \min \quad (1)$$

### Особенности поставленной задачи

Оптимизационная задача (1) представляет собой частный случай так называемой эвклидовой (геометрической) задачи коммивояжера (см., например, [6, 7]). Основной особенностью данного частного случая является наличие у каждого отдельного узла от трех до восьми ближайших узлов, затраты на переход в которые одинаковы и минимальны. Так как телескоп движется с одинаковой скоростью по обеим осям, а перемещение осуществляется по двум осям одновременно, то в качестве затрат на каждое перемещение выбирается наибольшее из двух

возможных значений.

Если минимальные затраты принять равными единице (переход ровно на одну площадку, единичное перемещение) и пронумеровать все площадки от левого верхнего угла слева направо и сверху вниз, то матрица затрат задачи (1), например, для , примет вид, показанный в табл. 1.

В общем случае задача коммивояжера относится к классу неполиномиально сложных задач и требует для своего решения достаточно требовательные в вычислительном отношении методы, например, метод ветвей и границ [6 – 8], хотя при сравнительно небольшом количестве узлов (как в рассматриваемом случае) вычислительные затраты на решение будут не очень велики. Однако, рассмотренные выше ее особенности позволяют значительно упростить решение, сделав его безитерационным.

Очевидно, что решение задачи (1) достигается при минимальной сумме затрат на перемещение. В рассматриваемом случае, эта сумма не может быть меньше количества площадок в зоне, т.е. . Таким образом, любая траектория, сумма затрат при прохождении которой будет равно , является решением задачи (1). Также очевидно, что по такой траектории телескоп должен перемещаться с площадки только на соседнюю площадку, а любые перемещения на две и более площадки по любой координате являются «лишними».

Таблица 1

Матрица затрат для зоны с размерами  $m=3, n=4$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	#*	1	2	1	1	2	2	2	2	3	3	3
2	1	#	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3
3	2	1	#	2	1	1	2	2	2	3	3	3
4	1	1	2	#	1	2	1	1	2	2	2	2
5	1	1	1	1	#	1	1	1	1	2	2	2
6	2	1	1	2	1	#	2	1	1	2	2	2
7	2	2	2	1	1	2	#	1	2	1	1	2
8	2	2	2	1	1	1	1	#	1	1	1	1
9	2	2	2	2	1	1	2	1	#	2	1	1
10	3	3	3	2	2	2	1	1	2	#	1	2
11	3	3	3	2	2	2	1	1	1	1	#	1
12	3	3	3	2	2	2	2	1	1	2	1	#

\* Символ # означает запрещение перехода. Матрица затрат в общем виде не приводится из-за ее громоздкости, а также из-за того, что ее вид зависит от соотношения значений  $m$  и  $n$ .

### Возможные варианты перемещения телескопа между площадками

Наиболее простым вариантом является «сканирование» (рис. 1). Оно заключается в последовательном смещении телескопа на размер площадки вдоль одной координаты до границы зоны, с последующим переходом на следующую полосу площадок. В зависимости от того, вдоль какой координаты производится последовательное смещение, «сканирование» может быть «горизонтальным» (рис. 1 а)) или «вертикальным»

(рис. 1 б)). Основным недостатком данного метода является наличие большого количества «лишних» перемещений.

Уменьшить количество лишних перемещений можно с помощью метода «змейки» (рис. 2). В этом случае остается только одно «лишнее» перемещение – к начальной площадке после окончания обхода.

Как оказалось, можно сформировать такую траекторию движения телескопа, при которой лишние перемещения отсутствуют вовсе. Сделать это можно путем комбинации описанных выше

методов (рис. 3). Элементы 1 и 2 траектории являются элементами «горизонтального» и «вертикального» сканирования соответственно, а элемент 3 представляет собой «змейку». Для реализации такого комбинированного метода перемещения необходимо только одно условие – сторона зоны, вдоль которой осуществляется перемещение по элементу 2, должна состоять из четного количества площадок, т.е.:

$$m = 2l \vee n = 2k. \tag{2}$$

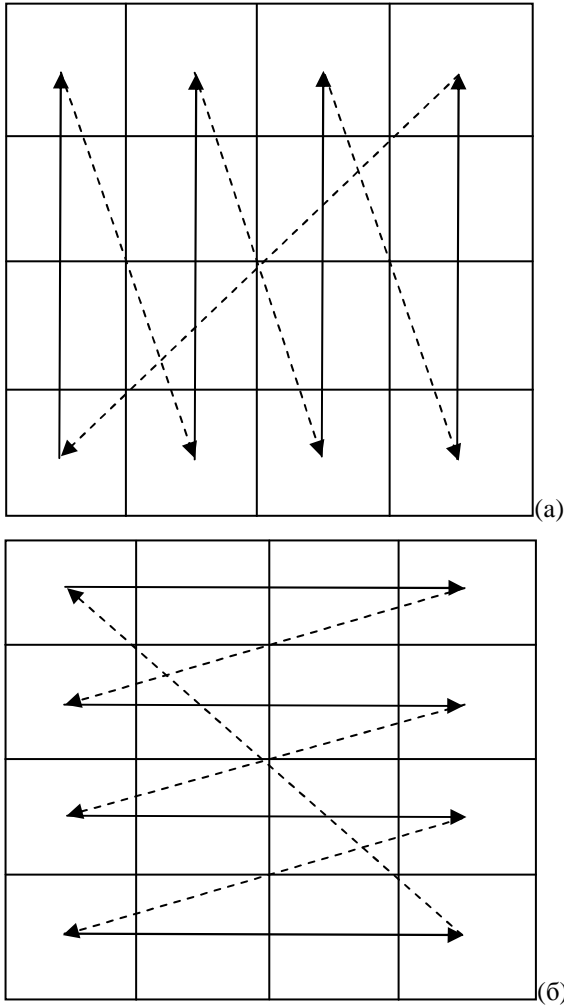


Рис. 1 – Метод «сканирования»: а) – «горизонтальное» сканирование; б) – «вертикальное» сканирование. На этом и последующем рисунках штриховыми линиями обозначены лишние перемещения

Это условие должно выполняться и в том случае, если элементы 2 и 3 поменять местами.

Длина траектории телескопа при перемещении комбинированным методом составляет площадок, то есть является минимальной из всех возможных, а значит и время на ее прохождение минимально. Таким образом, задача (1) имеет решение (без применения каких-либо сложных вычислительных методов) при выполнении дополнительного условия (2).

**Оценка выигрыша во времени перемещения**

Пусть зона имеет размерность площадок, а время перемещения между соседними площадками составляет  $\Delta t_0$ . В этом случае суммарное время обхода всех площадок зоны для предлагаемого комбинированного метода составит:

$$t_{\Sigma K} = 2km \cdot \Delta t_0 \tag{3}$$

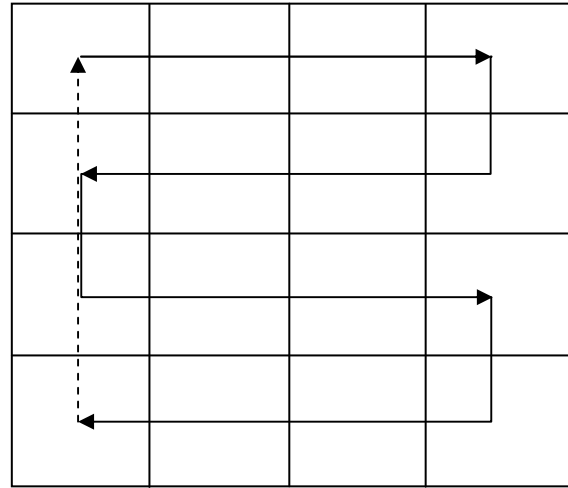


Рис. 2 – Метод «змейки»

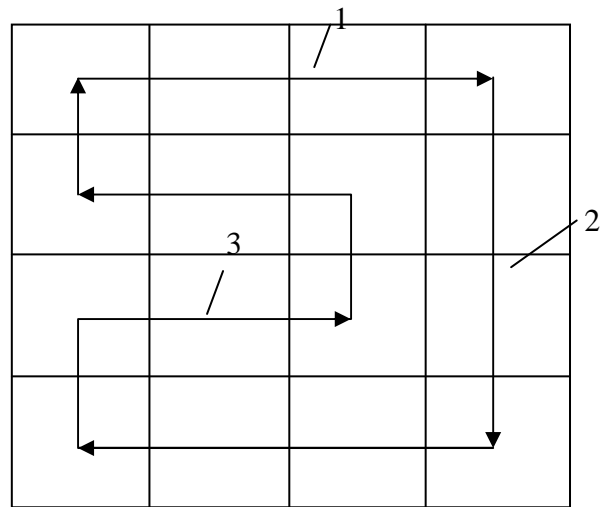


Рис. 3 – Комбинированный метод перемещения телескопа

Для метода «сканирования» («горизонтального» или «вертикального») эта величина составит:

$$t_{\Sigma Sc} = \begin{cases} (2km - 1) \cdot \Delta t_0 + (m - 1)(k - 1) \cdot \Delta t_0 + \\ + (m - 1) \cdot \Delta t_0, m > 2k; \\ (2km - 1) \cdot \Delta t_0 + (m - 1)(k - 1) \cdot \Delta t_0 + \\ + (2k - 1) \cdot \Delta t_0, m \leq 2k; \end{cases} \tag{4}$$

$$= \begin{cases} 2km \cdot \Delta t_0 + (2k(m - 1) - 1) \cdot \Delta t_0, m > 2k; \\ 2km \cdot \Delta t_0 + (m(2k - 1) - 1) \cdot \Delta t_0, m \leq 2k. \end{cases}$$

Для метода «змейки» суммарное время обхода всех площадок, в зависимости от направления перемещения, составит:

$$t_{\Sigma Sn} = (2km - 1) \cdot \Delta t_0 + (2k - 1) \cdot \Delta t_0 = 2km \cdot \Delta t_0 + (2k - 2) \cdot \Delta t_0 \quad (5)$$

или

$$t_{\Sigma Sn} = (2km - 1) \cdot \Delta t_0 + (m - 1) \cdot \Delta t_0 = 2km \cdot \Delta t_0 + (m - 2) \cdot \Delta t_0. \quad (6)$$

Вторые слагаемые в выражениях (4) – (6) представляют собой проигрыш данных методов обхода площадок по сравнению с оптимальным. Как можно увидеть, данный проигрыш зависит как от времени перемещения между соседними площадками, так и от размеров (в площадках) зоны наблюдений и увеличивается при большем размере зоны и большем  $\Delta t_0$ .

### Оптимальные методы обхода площадок телескопом с прямоугольным полем зрения

В последнее время все чаще в астрономии начинают использоваться камеры, стороны светочувствительных площадок которых не равны между собой. Примерами таких матриц могут служить, например, матрицы SONY IMX174 разных модификаций (соотношение сторон примерно 8 к 5) [http://www.sony-semicon.co.jp/products\\_en/IS/sensor0/img/product/cm os/IMX174LQJ\\_LLJ\\_Flyer.pdf](http://www.sony-semicon.co.jp/products_en/IS/sensor0/img/product/cm os/IMX174LQJ_LLJ_Flyer.pdf)) или ON Semi KAI-16070 (соотношение сторон примерно 3 к 2, <http://www.onsemi.ru.com/pub/Collateral/KAI-16070-D.PDF>). Такой подход приводит к серьезным изменениям матрицы затрат. Вид такой матрицы для  $m = 3$ ,  $n = 4$  и соотношения сторон 3 к 2 представлен в табл. 2. При этом затраты на переход вдоль короткой стороны приняты за единицу.

Таблица 2

Матрица затрат для зоны с размерами  $m = 3$ ,  $n = 4$  при соотношении сторон светочувствительного элемента 3 к 2

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	#	1,5	3	1	1,5	3	2	2	3	3	3	3
2	1,5	#	1,5	1,5	1	1,5	2	2	2	3	3	3
3	3	1,5	#	3	1,5	2	3	2	2	3	3	3
4	1	1,5	3	#	1,5	3	1	1,5	3	2	2	3
5	1,5	1	1,5	1,5	#	1,5	1,5	1	1,5	2	2	2
6	3	1,5	2	3	1,5	#	3	1,5	1	3	2	2
7	2	2	3	1	1,5	3	#	1,5	3	1	1,5	3
8	2	2	2	1,5	1	1,5	1,5	#	1,5	1,5	1	1,5
9	3	2	2	3	1,5	1	3	1,5	#	3	1,5	1
10	3	3	3	2	2	3	1	1,5	3	#	1,5	3
11	3	3	3	2	2	2	1,5	1	1,5	1,5	#	1,5
12	3	3	3	3	2	2	3	1,5	1	3	1,5	#

Очевидно, что при ином соотношении сторон светочувствительного элемента, вид матрицы затрат также изменится. Понятно, что найти какой-то общий подход к оптимальной траектории для подобных случаев практически невозможно и лучше попробовать получить оптимальную траекторию путем решения задачи коммивояжера вышеописанными методами. Единственное общее соображение заключается в том, что необходимо минимизировать количество переходов телескопа вдоль «длинной» стороны.

### Выводы

В работе показано, что нахождение оптимальной траектории обхода площадок зоны (подзоны) обзорно-поисковых наблюдений МТСС возможно путем решения геометрической задачи коммивояжера.

При незначительных ограничениях на размеры зоны (подзоны) (условие (2)) и квадратной форме

светочувствительного элемента, имеется как минимум одна траектория обхода площадок зоны (подзоны) за минимально возможное время. Выигранное наблюдательное время можно использовать для обзора дополнительных площадок.

Наибольший выигрыш по времени будет при использовании такого метода перемещения на достаточно крупных телескопах с широкими полями зрения, на которых время перемещения между площадками сопоставимо или даже превосходит время экспозиции для получения одиночного кадра. Примерами таких телескопов, которые используются для обнаружения МТСС, могут служить Pan-STARRS (<http://pan-starrs.ifa.hawaii.edu/public/>) или PTF (<http://ptf.caltech.edu/iptf/index.php>, [http://ptf.caltech.edu/iptf/docs/A\\_search\\_for\\_main\\_belt\\_comets\\_in\\_the\\_Palomar\\_Transient\\_Factory\\_survey.pdf](http://ptf.caltech.edu/iptf/docs/A_search_for_main_belt_comets_in_the_Palomar_Transient_Factory_survey.pdf)).

**Список літератури**

1. Denny R. B. *Dispatch Scheduling of Automated Telescopes* / Robert B. Denny. // *The Society for Astronomical Sciences 23rd Annual Symposium on Telescope Science. Published by the Society for Astronomical Sciences.* – 2004. – P. 35–50.
2. Duncan A. R. *Observation scheduling for a network of small-aperture telescopes* / A. R. Duncan. // *Publications of the Astronomical Society of Australia.* – 2007. – Vol. 24. – Issue 2. – P. 53–60.
3. Kubánek P. *RTS2: a powerful robotic observatory manager* /P. Kubánek, M. Jelínek, S. Vítek et al. // *Advanced Software and Control for Astronomy. Proceedings of the SPIE.* – 2006. – V.6274. – id 62741V.
4. Steele I. A. *Control Software and Scheduling of the Liverpool Robotic Telescope* / I. A. Steele, D. Carter. // *Telescope Control Systems II. Proc. SPIE.* – 1997. – Vol. 3112. – P. 222–233.
5. Kubanek P. *RTS2 - Remote Telescope System, 2nd version* / P. Kubanek, M. Jelinek, M. Nekola u др. // *GAMMA-RAY BURSTS: 30 YEARS OF DISCOVERY: Gamma-Ray Burst Symposium. AIP Conference Proceedings.* – 2004. – Vol. 727. – P. 753–756.
6. Кормен Т. *Алгоритмы: построение и анализ, 3-е изд., пер с англ.* / Т. Кормен, Ч. Лейзенсон, Р. Ривест, К. Штайн. – Москва: ООО «И.Д. Вильямс», 2013. – 1328 с.
7. Ахо А. В. *Структуры данных и алгоритмы* / А. В. Ахо, Д.Е. Хопкрофт, Д. Д. Ульман. – Москва: ООО «И.Д. Вильямс», 2003. – 382 с.
8. Охорзин В. А. *Оптимизация экономических систем. Примеры и алгоритмы в среде Mathcad: Учеб. пособие.* / В. А. Охорзин. – Москва: Финансы и статистика, 2005. – 144 с.

**References:**

1. Denny R. B. *Dispatch Scheduling of Automated Telescopes* / Robert B. Denny. // *The Society for Astronomical Sciences 23rd Annual Symposium on Telescope Science. Published by the Society for Astronomical Sciences.* – 2004. – P. 35–50.
2. Duncan A. R. *Observation scheduling for a network of small-aperture telescopes* / A. R. Duncan. // *Publications of the Astronomical Society of Australia.* – 2007. – Vol. 24. – Issue 2. – P. 53–60.
3. Kubánek P. *RTS2: a powerful robotic observatory manager* /P. Kubánek, M. Jelínek, S. Vítek et al. // *Advanced Software and Control for Astronomy. Proceedings of the SPIE.* – 2006. – V.6274. – id 62741V.
4. Steele I. A. *Control Software and Scheduling of the Liverpool Robotic Telescope* / I. A. Steele, D. Carter. // *Telescope Control Systems II. Proc. SPIE.* – 1997. – Vol. 3112. – P. 222–233.
5. *RTS2 - Remote Telescope System, 2nd version* / [P. Kubanek, M. Jelinek, M. Nekola ma in.]. // *GAMMA-RAY BURSTS: 30 YEARS OF DISCOVERY: Gamma-Ray Burst Symposium. AIP Conference Proceedings.* – 2004. – Vol. 727. – P. 753–756.
6. Cormen T.H. *Introduction to Algorithms, 3-rd edition* / T. H. Cormen, C.E. Leiserson, L. R. Rivest, C. Stein. – Moscow: «Williams Publishing» Ltd, 2013. – 1328 p. [in Russian].
7. Aho A.V. *Data Structures and Algorithms* / A.V. Aho, J.E. Hopcroft, J.J. Ullman. – Moscow: «Williams Publishing» Ltd, 2003. – 382 p. [in Russian].
8. Ohorzin V. A. *Optimizatsiya ekonomicheskikh system. Primery i algoritmy v srede Mathcad: Uchebnoe posobie.* / V. A. Ohorzin. – Moscow: *Finansy i statistika*, 2005. – 144 p. [in Russian].

## ОПТИМАЛЬНИЙ АЛГОРИТМ РУХУ ТЕЛЕСКОПУ ПРИ ПОШУКОВИХ СПОСТЕРЕЖЕННЯХ МАЛИХ ТІЛ СОНЯЧНОЇ СИСТЕМИ

Кожухов О.М.

Оглядово-пошукові спостереження малих тіл (астероїди, комети) Сонячної системи зазвичай проводяться шляхом послідовного проходження кількох майданчиків в межах обраної зони небесної сфери. Розміри майданчиків відповідають розмірам полів зору телескопів, що застосовуються для спостережень. У роботі запропоновано метод пошуку оптимальної траєкторії (послідовності) обходу майданчиків шляхом вирішення геометричної задачі комівояжера. Показано, що для випадку рівнобічних майданчиків може бути застосований без ітераційний метод визначення оптимальної траєкторії обходу. Отримані результати можуть використовуватись при плануванні оглядово-пошукових спостережень космічних об'єктів оптичними засобами.

**Ключові слова:** малі тіла Сонячної системи, оптичні спостереження, оглядово-пошукові спостереження, оптимізація оптичних спостережень

## OPTIMUM ALGORITHM FOR THE MOTION OF THE TELESCOPE IN THE SEARCH OBSERVATIONS OF SMALL BODIES OF THE SOLAR SYSTEM

Kozhukhov O.M.

Surveys of the Solar System's minor bodies (asteroids, comets) are usually carried out by successive passage of several areas within the boundaries of the chosen zone of the celestial sphere. The dimensions of the areas correspond to the dimensions of the field of view of telescopes used for observations. In this paper, we propose a method for finding the optimal trajectory (sequence) of traversal of areas by solving Euclidean traveling salesman problem. It is shown that for equilateral areas, a non-iteration method of finding the optimal traversal's trajectory can be used. The obtained results can be used in the planning of surveys of space objects by optical telescopes.

**Keywords:** minor bodies of the Solar System, optical observations, survey, optimization of optical observations: